MECZE 2. KOLEJKI – ZESTAW ZADAŃ DLA UCZNIÓW

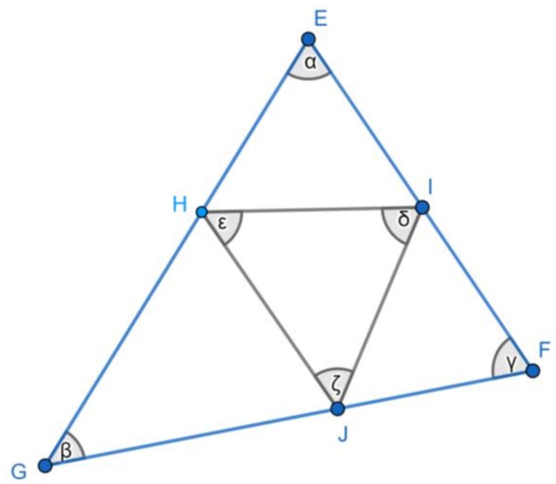
Zadanie 1. Ile jest takich wskazań zegarka elektronicznego wyświetlającego godziny i minuty, w których każda następna cyfra jest większa od poprzedniej? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2.
Uzasadnij, że poniższa liczba:

$$\frac{12^{2020} - 12^{2021} + 12^{2022}}{4^{1010}}$$

jest liczbą całkowitą.

Zadanie 3. Liczba naturalna n przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3, zaś przy dzieleniu przez 9 daje resztę 2. Oblicz jaką resztę otrzymamy z dzielenia liczby n przez 36.



Zadanie 4.
W trójkącie EFG na bokach EF, EG oraz FG wybrano odpowiednio punkty I, H oraz J w taki sposób że trójkąty EHI, FIJ oraz GHJ są trójkątami równoramiennymi o podstawach odpowiednio HI, IJ, HJ (zobacz rysunek).

Uzasadnij, że:

$$|\sphericalangle HIJ| = \frac{|\sphericalangle GEF| + |\sphericalangle EFG|}{2}$$

Zadanie 5.
Cena ciasteczek wynosiła 20 zł/kg. Gdy cenę podwyższono okazało się, że sprzedaż ciasteczek zmalała o 20%, ale dochód uzyskany ze sprzedaży w ciągu jednego dnia wzrósł o 20%. O ile złotych podwyższono cenę ciasteczek? Zapisz obliczenia.

Koszty związane z organizacją konkursu są finansowane ze środków na realizację projektu *Wielkopolskie Mecze Matematyczne Juniorów* otrzymanych z Fundacji mBanku.

MECZE 2. KOLEJKI – ZESTAW ZADAŃ DLA UCZNIÓW

Zadanie 6.
Uzasadnij, że równość:

$$ax + xa(y - z) = y(ax - a) - az(x - y)$$

jest prawdziwa dla dowolnych a, x, y, z (różnych od zera), które spełniają warunek:

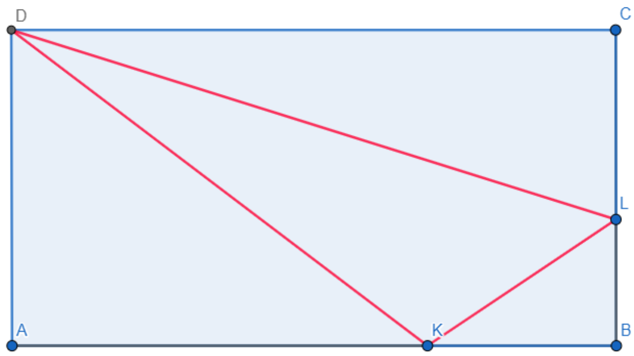
$$yz = x + y.$$

Zadanie 7.
Przeciwległe boki równoległoboku o obwodzie 90 cm połączono odcinkiem, dzieląc w ten sposób równoległobok na dwa jednakowe romby. Oblicz odległość między punktami przecięcia się przekątnych obu tych rombów.

Zadanie 8.
Niech *a, b, c, d* będą dowolnymi liczbami dodatnimi takimi, że $a < b < c < d$. Która z liczb:

$$\frac{a+b}{2} \quad \text{czy} \quad \frac{a+b+c+d}{4}$$

jest większa? Odpowiedź uzasadnij.



Zadanie 9. W prostokącie $ABCD$ punkt K leży na boku AB w taki sposób, że długość odcinka AK jest o 120% większa od długości odcinka KB, a punkt L leży na boku BC oraz $|BL|:|LC| = 2:3$ (zobacz rysunek). Wykaż, że $P_{\Delta DKL} = \frac{47}{160} P_{\square ABCD}$

Zadanie 10.
Wydawnictwo Naukowe *Matematycy* twierdzi, że przy numerowaniu stron nowego zbioru zadań *Wielkopolskich Meczów Matematycznych Juniorów* w zadaniach użyto ogółem 2002 cyfry. Czy jest to możliwe? Jeżeli tak, to ile stron liczyłby ten zbiór zadań? Jeżeli nie, to ile stron mógłby liczyć ten rękopis zakładając że wydawnictwo pomyliło się o nie więcej niż 2 cyfry.
UWAGA. Zakładamy, że numery stron zapisujemy jak liczby naturalne, bez zbędnych zer na początku.

Koszty związane z organizacją konkursu są finansowane ze środków na realizację projektu *Wielkopolskie Mecze Matematyczne Juniorów* otrzymanych z Fundacji mBanku.