MECZE 3. KOLEJKI – ZESTAW ZADAŃ DLA UCZNIÓW

Zadanie 1.
Każdą liczbę naturalną można przedstawić za pomocą sumy liczb zapisanych samymi jedynkami, na przykład:

$$262 = 111 + 111 + 11 + 11 + 11 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

Ilu najmniej składników, będących liczbami zapisanymi samymi jedynkami należy użyć, aby otrzymać sumę 2022?

Zadanie 2. Ile razy w ciągu doby zegarek elektroniczny wskazuje taki czas, że liczba wskazująca godzinę i liczba wskazująca minuty są jednocześnie liczbami pierwszymi? Odpowiedź uzasadnij.
UWAGA. Przyjmujemy, że zegarek elektroniczny wyświetla godziny w formacie 24-godzinnym (na przykład 23:11 zamiast 11:11).

Zadanie 3.
Pewna liczba naturalna spełnia jednocześnie dwa warunki:
- Przy dzieleniu przez 21 daje resztę 20.
- Przy dzieleniu przez 22 daje resztę 21.

Znajdź najmniejszą taką liczbę.

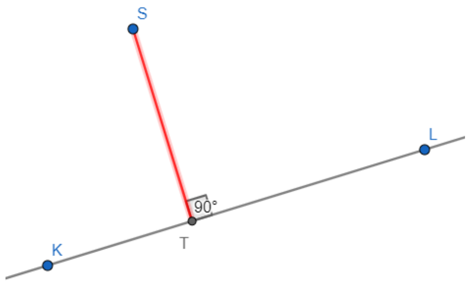
Zadanie 4.
Jaś zbierał pieniądze na wycieczkę. W skarbonce miał 59 banknotów o dwóch nominałach: 50-złotowych i 20-złotowych, a także 222 zł w bilonie. W sumie miał 2002 zł. Ile banknotów o nominale 50 zł, a ile o nominale 20 zł było w skarbonce?

Koszty związane z organizacją konkursu są finansowane ze środków na realizację projektu *Wielkopolskie Mecze Matematyczne Juniorów* otrzymanych z Fundacji mBanku.

MECZE 3. KOLEJKI – ZESTAW ZADAŃ DLA UCZNIÓW

Zadanie 5.
W czworokącie $ABCD$ odległość punktu C od prostej AB jest 3 razy większa niż odległość punktu D od tej prostej. Odległość punktu A od prostej BC jest 2 razy większa niż odległość punktu B od prostej AD. Ile razy odcinek BC jest dłuższy od odcinka AD?

Uwaga. Odległość punktu S od prostej KL to najmniejsza spośród odległości tego punktu od punktów prostej KL, czyli mierzona pod kątem prostym.



Zadanie 6.
Uzasadnij, że dla liczb rzeczywistych x różnych od 5 wartość wyrażenia:
$$W = \frac{3x-10}{x-5} + 2 - \frac{x-10}{5-x}$$
jest liczbą całkowitą.

Zadanie 7. Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$. Na boku BC wybrano taki punkt E, że $|EC| = |CD|$ i $|EB| = |AB|$. Wykaż, że kąt AED jest prosty.

Zadanie 8. Piotr narysował $(16-x)$ równoległoboków oraz $(3x-4)$ sześciokątów, które łącznie miały 138 wierzchołków. Oblicz, ile narysowane wielokąty miały łącznie wszystkich przekątnych.

Zadanie 9. Uzasadnij, że jeżeli $x = \frac{a^n+a^n+a^n}{b^n}$, $y = \frac{a^{-n}+a^{-n}+a^{-n}}{b^{-n}}$ oraz $a > b > 0$ i n jest liczbą naturalną, to wówczas zachodzi $x \geq y$.

Zadanie 10.
Na bokach AC i BC trójkąta ABC obrano takie punkty D i E, że $|AD| = |BE|$ oraz $|BD| = |AE|$. Wykaż, że trójkąt ABC jest równoramienny.

Koszty związane z organizacją konkursu są finansowane ze środków na realizację projektu *Wielkopolskie Mecze Matematyczne Juniorów* otrzymanych z Fundacji mBanku.